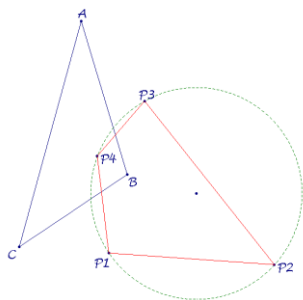


## EQF-Punkte für Kreisvierecke

Eckart Schmidt

*Mit EQF wird Bezug genommen auf die „Encyclopedia of Quadri-Figures“ von Chris van Tienhoven [1], in der Viereckpunkte aufgelistet und in ihrem geometrischen Zusammenhang dargestellt werden. Hier werden diese Punkte für Kreisvierecke näher untersucht. Gearbeitet wird in baryzentrischen Koordinaten des Diagonaldreiecks (QA-DT). Auf dieses Dreieck beziehen sich auch die angesprochenen geometrischen Eigenschaften.*



### Vorbemerkungen zu Kreisvierecken

Ein Viereck im engeren Sinne wird bei Chris van Tienhoven [1] als Quadrigon ( $QG$ ) angesprochen, bestehend aus vier Punkten  $P_1, P_2, P_3, P_4$  und vier Geraden  $L_1=P_1P_2, L_2=P_2P_3, L_3=P_3P_4, L_4=P_4P_1$ . Daneben werden die Bezeichnungen Quadrangle ( $QA$ ) für vier Punkte (ungeordnet) und Quadrilateral ( $QL$ ) für vier Geraden (ungeordnet) benutzt. Jedes Quadrigon kann als Quadrangle und als Quadrilateral aufgefasst werden und zu jedem Quadrigon als auch Quadrilateral können drei Quadrigons betrachtet werden. Ein Kreisviereck wird hier als Quadrangle angesprochen. In den Abbildungen wird nur die konvexe  $QG$ -Komponente dargestellt.

Das Diagonaldreieck ( $QA-DT$ ) eines Kreisvierecks ist stumpfwinklig. Als Bezugsdreieck  $ABC$  für baryzentrische Koordinaten sei  $B$  der Scheitel des stumpfen Winkels. Der Umkreis des Vierecks ist der Polarkreis („polar circle“) des Diagonaldreiecks. Der Polarkreis eines Dreiecks ist der Kreis, für den Ecke und Gegenseite jeweils in Pol-Polaren-Beziehung stehen. Nur für stumpfwinklige Dreiecke existiert der Polarkreis, sein Mittelpunkt liegt im Höhenschnitt. Seine Gleichung ist:

$$S_A x^2 + S_B y^2 + S_C z^2 = 0 \quad (S_B < 0)$$

Benutzt werden die Conway-Abkürzungen  $S_A, S_B, S_C, S$  mit

$$2S_A = -a^2 + b^2 + c^2, \quad 2S_B = a^2 - b^2 + c^2, \quad 2S_C = a^2 + b^2 - c^2,$$

$$S^2 = S_A S_B + S_B S_C + S_C S_A = 4\Delta^2.$$

Wählt man einen Punkt

$$P_4(p:q:r) \quad \text{mit} \quad q = \sqrt{\frac{p^2 S_A + r^2 S_C}{-S_B}}$$

auf dem Polarkreis des Bezugsdreiecks, so ergeben die Ecken des Anti-Ceva-Dreiecks die fehlenden Ecken des Kreisvierecks:

$$P_1(-p:q:r), \quad P_2(p:-q:r), \quad P_3(p:q:-r), \quad P_4(p:q:r).$$

Für Kreisvierecke fallen einige *EQF*-Punkte zusammen:

$$QA-P1 = QA-P6 = QA-P36,$$

$$QA-P2 = QA-P14 = QA-P15 = QA-P37 = QL-P2 = QG-P10,$$

$$QA-P3 = QA-P4 = QA-P8 = QA-P12 = QA-32 = QG-P5,$$

$$QA-P13 = QA-P28,$$

$$QA-P20 = QA-P30.$$

Es liegen z.B. folgende Punkte kollinear:

auf *QA-L1* = *QA-L2*:

$$QA-P1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 32, 33, 34, 36, 37,$$

$$QL-P2, QG-P5, 10,$$

auf *QA-L3*:

$$QA-P1, 5, 6, 10, 18, 20, 22, 25, 26, 30, 36,$$

auf *QA-L5*:

$$QA-P3, 4, 8, 10, 11, 12, 13, 28, 32, QG-P5$$

auf einer weiteren Gerade:

$$QA-P1, 6, 13, 28, 29, 36.$$

Spiegelt man das Diagonaldreieck *QA-DT* am Umkreis des Kreisvierecks, so erhält man das Miquel-Dreieck *QA-Tr2*. Das Miquel-Dreieck *QA-Tr2* ist für Kreisvierecke das *QA-DT*-Höhenfußpunkt-dreieck. Alle Kreisvierecke mit gleichem Diagonaldreieck *QA-DT* haben somit das gleiche Miquel-Dreieck *QA-Tr2*. Der Neun-Punkte-Kreis des Diagonaldreiecks *QA-Ci2* ist für Kreisvierecke der Umkreis des Miquel-Dreiecks *QA-Tr2* mit der Mitte *QA-P13* = *QA-P28*.

Das Morley-Dreieck *QA-Tr3* eines Kreisvierecks entartet trivial im Euler-Poncelet Point *QA-P2* auf dem *QA-DT*-Umkreis *QA-Ci1*.

Der Kegelschnitt *QA-Co3* eines Kreisvierecks ist der *QA-DT*-Umkreis *QA-Ci1*.

### Ortslinien für *QA*-Punkte der Kreisvierecke

Betrachtet man Kreisvierecke mit gleichem Diagonaldreieck, so ergeben sich Ortslinien für die *QA-EQF*-Punkte (berücksichtigt bis *QA-P38*). Die Geometrie dieser Ortslinien bezieht sich auf das Diagonaldreieck *QA-DT*. Orientierungspunkte sind:

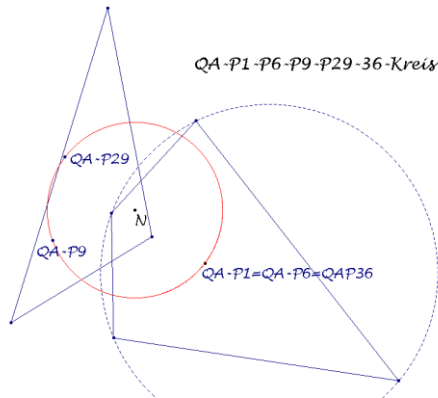
$$\text{Schwerpunkt } G = QA-P10, \text{ Umkreismitte } O = QA-P11,$$

$$\text{Höhenschnitt } H = QA-P12, \text{ Neun-Punkte-Zentrum } N = QA-P13.$$

### QA-P1 QA-Centroid

Kreis: QA-DT-Neun-Punkte-Kreis QA-Ci2

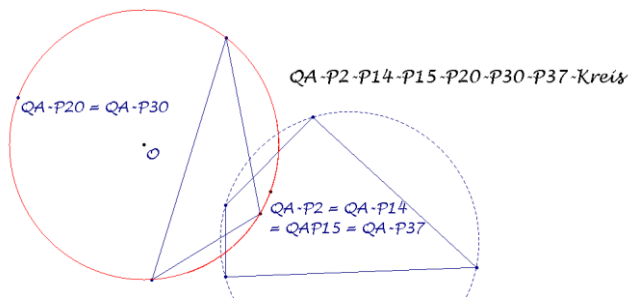
$$S_A x^2 + S_B y^2 + S_C z^2 - a^2 yz - b^2 zx - c^2 xy = 0$$



### QA-P2 Euler-Poncelet Point

Kreis: QA-DT-Umkreis QA-Ci1

$$a^2 yz + b^2 zx + c^2 xy = 0$$



### QA-P3 Gergonne-Steiner point

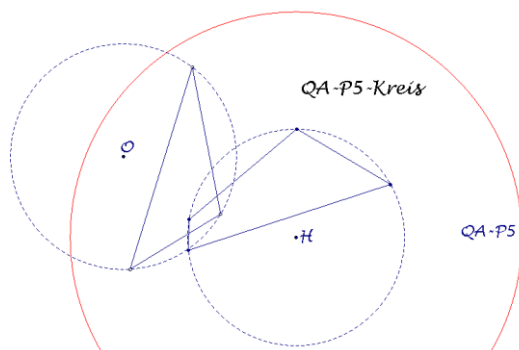
fix in  $H(S_B S_C : S_C S_A : S_A S_B) = QA-P12$

### QA-P4 Isogonal Center

fix in  $H(S_B S_C : S_C S_A : S_A S_B) = QA-P12$

### QA-P5 Isotomic Center

Kreis um  $H$  mit doppeltem QA-DT-Umkreisradius  
 $a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 + 2(S_A + S_B + S_C)(xy + yz + zx) = 0$



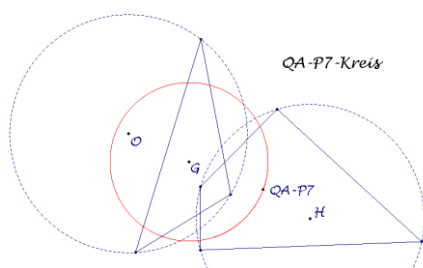
**QA-P6 Parabola Axes Crosspoint**

Kreis: *QA-DT*-Neun-Punkte-Kreis *QA-Ci2*  
(s. *QA-P1*)

**QA-P7 *QA*-Nine-Point Homothetic Center**

Kreis um *G* mit  $\frac{2}{3}$  *QA-DT*-Umkreisradius

$$(3S^2 + S_B S_C)S_A x^2 + (3S^2 + S_C S_A)S_B y^2 + (3S^2 + S_A S_B)S_C z^2 + 2S_A S_B S_C(xy + yz + zx) - 6S^2(a^2 yz + b^2 zx + c^2 xy) = 0$$

**QA-P8 Midray Homothetic Center**

fix in  $H(S_B S_C : S_C S_A : S_A S_B) = QA-P12$

**QA-P9 *QA*-Miquel Center**

Kreis: *QA-DT*-Neun-Punkte-Kreis *QA-Ci2*  
(s. *QA-P1*)

**QA-P10 Centroid of *QA-DT***

fix in  $G(1:1:1) = QA-P10$

**QA-P11 Circumcenter of *QA-DT***

fix in  $O(a^2 S_A : b^2 S_B : c^2 S_C) = QA-P11$

**QA-P12 Orthocenter of *QA-DT***

fix in  $H(S_B S_C : S_C S_A : S_A S_B) = QA-P12$

**QA-P13 Nine-Point Center of *QA-DT***

fix in  $N(S^2 + S_B S_C : S^2 + S_C S_A : S^2 + S_A S_B) = QA-P13$

**QA-P14 Centroid of the Morley Triangle**

*Morley Triangle entartet in QA-P2*

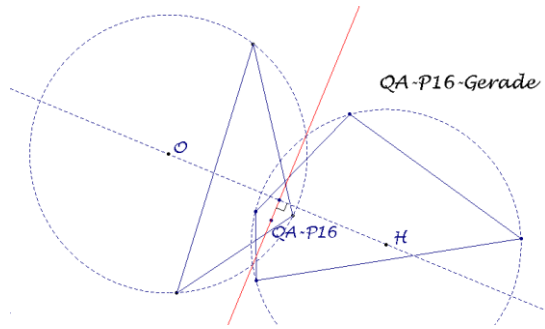
**QA-P15 Orthocenter of the Morley Triangle**

*Morley Triangle entartet in QA-P2*

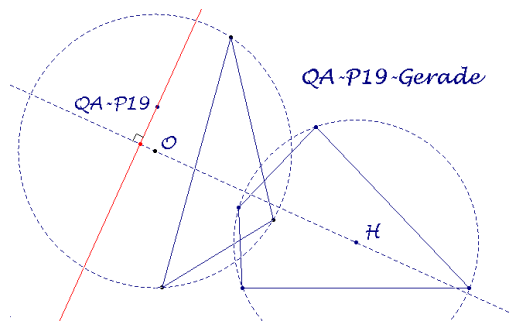
**QA-P16 *QA*-Harmonic Center**

Gerade: Radikalachse von *QA-DT*-Umkreis *QA-Ci1*  
und *QA-DT*-Polarkreis

$$S_A x + S_B y + S_C z = 0$$

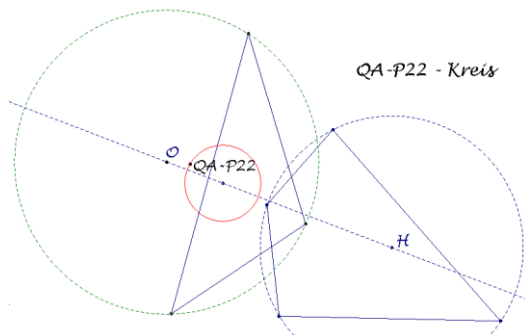


**QA-P19 AntiComplement of QA-P16 wrt QA-DT**  
 Gerade: QA-DT-isotomes Bild des QA-DT-Umkreises QA-Ci1  
 $a^2x + b^2y + c^2z = 0$



**QA-P20 Reflection of QA-P5 in QA-P1**  
 Kreis: QA-DT-Umkreis QA-Ci1  
 (s. QA-P2)

**QA-P22 Midpoint QA-P1 and QA-P20**  
 Kreis: Mitte im Teilpunkt HO im Verhältnis 3/1;  
 Radius 1/4 QA-DT-Umkreisradius  
 $(3S_A + S_B + S_C)x^2 + (S_A + 3S_B + S_C)y^2 + (S_A + S_B + 3S_C)z^2$   
 $- 2(-S_A + 2S_B + 2S_C)yz - 2(2S_A - S_B + 2S_C)zx$   
 $- 2(2S_A + 2S_B - S_C)xy = 0$



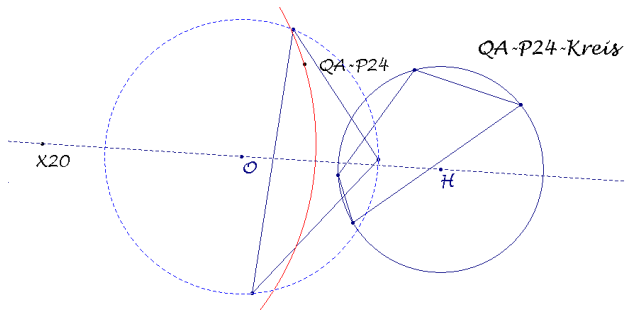
**QA-P23 Inscribed Square Axes Crosspoint**  
 fix im Fernpunkt  $(p^2S_A : q^2S_B : r^2S_C)$ ,  
 auch QA-Tf2-Bild von H.

**QA-P24 Anticomplement of QA-P1 wrt Morley Triangle**

Kreis: Mitte im *QA-DT*-DeLongchamps-Punkt *X20*;

Radius doppelter *QA-DT*-Umkreisradius.

$$S_A(S^2 + 3S_B S_C)x^2 + S_B(S^2 + 3S_C S_A)y^2 + S_C(S^2 + 3S_A S_B)z^2 \\ + 2(S^2 a^2 + 3S_A S_B S_C)yz + 2(S^2 b^2 + 3S_A S_B S_C)zx \\ + 2(S^2 c^2 + 3S_A S_B S_C)xy = 0$$

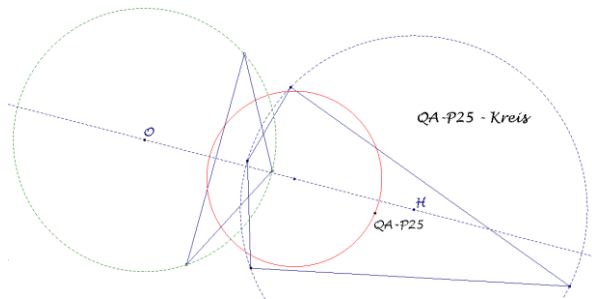


**QA-P25 1<sup>st</sup> QA-Quasi Centroid**

Kreis: Mitte im Teilpunkt *HO* im Verhältnis 4/5;

Radius 2/3 *QA-DT*-Umkreisradius

$$5(a^2 - 8S_A)x^2 + 5(b^2 - 8S_B)y^2 + 5(c^2 - 8S_C)z^2 \\ + 2(23a^2 + 5S_A)yz + 2(23b^2 + 5S_B)zx \\ + 2(23c^2 + 5S_C)xy = 0$$

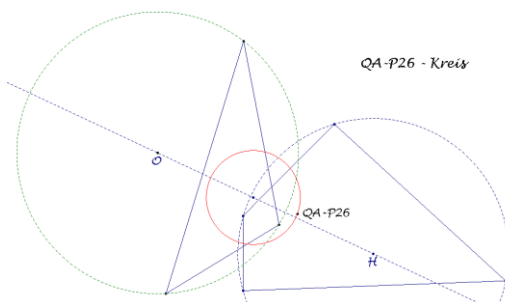


**QA-P26 2<sup>nd</sup> QA-Quasi Centroid**

Kreis: Mitte im Teilpunkt *HO* zum Verhältnis 5/4;

Radius 1/3 *QA-DT*-Umkreisradius

$$4(a^2 + 10S_A)x^2 + 4(b^2 + 10S_B)y^2 + 4(c^2 + 10S_C)z^2 \\ - (37a^2 - 8S_A)yz - (37b^2 - 8S_B)zx \\ - (37c^2 - 8S_C)xy = 0$$



**QA-P28 Midpoint of the foci of the QA-Parabolas**  
 fix in  $N = QA-P13$

**QA-P29 Complement of QA-P2 wrt QA-DT**

Kreis: QA-DT-Neun-Punkte-Kreis QA-Ci2

(s. QA-P1)

**QA-P30 Reflection of QA-P2 in QA-P11**

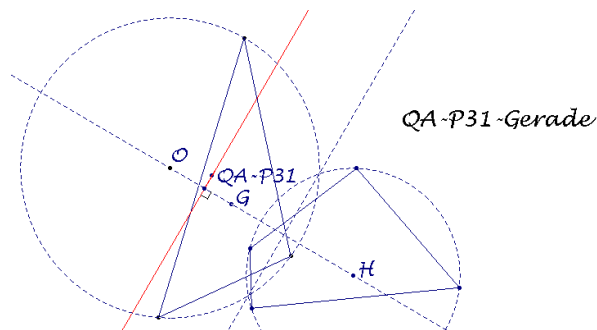
Kreis: QA-DT-Umkreis QA-Ci1

(s. QA-P2)

**QA-P31 Complement of QA-P16 wrt QA-DT**

Gerade: QA-DT-Komplement von der QA-P16-Gerade

$$(a^2 - S_A)x + (b^2 - S_B)y + (c^2 - S_C)z = 0$$



**QA-P32 Centroid of the Circumcenter Quadrangle**

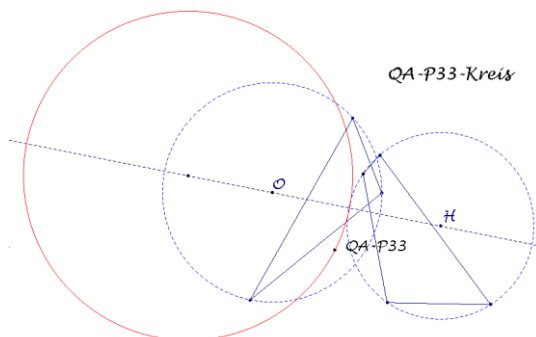
fix in  $H(S_B S_C : S_C S_A : S_A S_B) = QA-P12$

**QA-P33 Centroid of the Orthocenter Quadrangle**

Kreis: Mitte Teilpunkt  $HO$  im Verhältnis -3:1;

Radius  $3/2$  QA-DT-Umkreisradius

$$(S^2 + 2S_B S_C)S_A x^2 + (S^2 + 2S_C S_A)S_B y^2 + (S^2 + 2S_A S_B)S_C z^2 + 4S_A S_B S_C (xy + yz + zx) + 3S^2 (a^2 yz + b^2 zx + c^2 xy) = 0$$



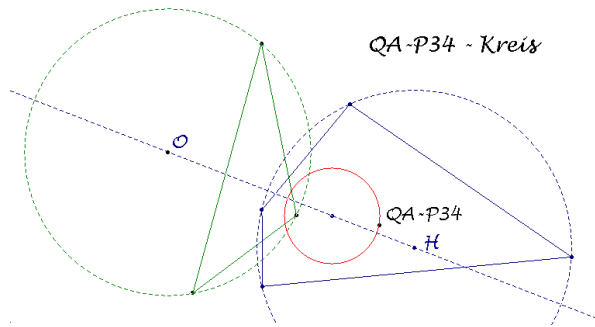
**QA-P34 Euler-Poncelet Point of the Centroid Quadrangle**

Kreis: Mitte im Teilpunkt  $HO$  im Verhältnis 1/2;

Radius  $1/3$  QA-DT-Umkreisradius

$$2S_A (3S^2 - S_B S_C)x^2 + 2S_B (3S^2 - S_C S_A)y^2 + 2S_C (3S^2 - S_A S_B)z^2$$

$$-(3S_A^2 a^2 + 3S_B^2 b^2 + 10S_A S_B S_C)xy - (3S_B^2 b^2 + 3S_C^2 c^2 + 10S_A S_B S_C)yz \\ - (3S_C^2 c^2 + 3S_A^2 a^2 + 10S_A S_B S_C)zx = 0$$

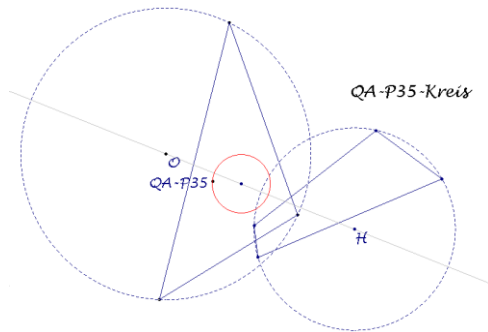


### QA-P35 1<sup>st</sup> Penta Point

Kreis: Mitte Teilpunkt  $HO$  im Verhältnis 3:2;

Radius  $1/5$   $QA-DT$ -Umkreisradius

$$2(6S_A + a^2)x^2 + 2(6S_B + b^2)y^2 + 2(6S_C + c^2)z^2 \\ + (4S_A - 11a^2)yz + (4S_B - 11b^2)zx + (4S_C - 11c^2)xy = 0$$



### QA-P36 Complement of $QA-P30$ wrt $QA-DT$

Kreis:  $QA-DT$ -Neun-Punkte-Kreis  $QA-Ci2$

(s.  $QA-P1$ )

### QA-P37 Reflection of $QA-P12$ in $QA-P1$

Kreis:  $QA-DT$ -Umkreis  $QA-Ci1$

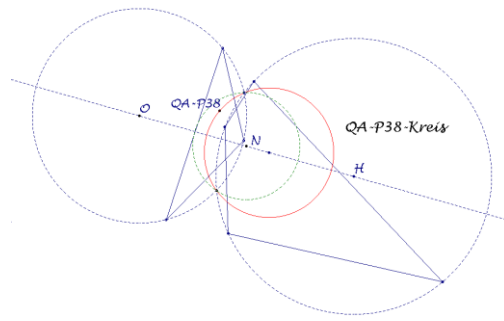
(s.  $QA-P2$ )

### QA-P38 Montesdeoca-Hutson Point

Kreis: Spiegelung des  $QA-DT$ -Neun-Punkte-Kreises

am  $QA-DT$ -Umkreis  $QA-Ci1$

$$a^2 b^2 c^2 (S_A x^2 + S_B y^2 + S_C z^2) \\ + ((S_A + S_B + S_C)S^2 + 3S_A S_B S_C)(a^2 yz + b^2 zx + c^2 xy) = 0$$



## Ortslinien für *QL*-Punkte der Kreisvierecke

Ein Kreisviereck wurde – wie oben ausgeführt – als Quadrangle betrachtet. Ein Quadrangle hat drei Quadrigon-Komponenten. Jede dieser Komponenten kann als Quadrilateral interpretiert werden. Somit existieren für ein Kreisviereck drei Versionen eines *QL*-Punktes. Diese Punkte können in spezieller Lage sein und mit ihren Ortslinien im obigen Sinne weitere geometrische Zusammenhänge aufzeigen (berücksichtigt bis *QL-P26*). Bezugsdreieck ist weiterhin das Diagonaldreieck *QA-DT*. Dargestellt ist nur die konvexe Quadrigon-Komponente. Eine analytische Berechnung wird unterdrückt.

### **QL-P1 Miquel Point**

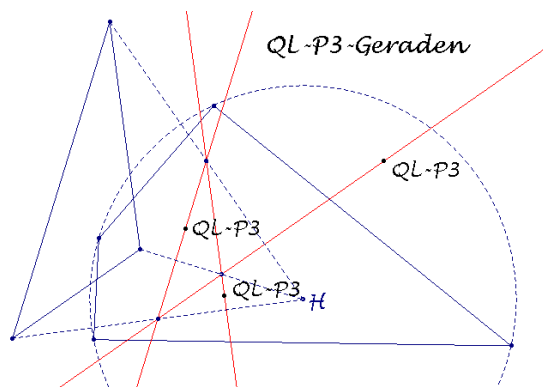
Die drei *QL-P1*-Punkte eines Kreisvierecks sind die Höhenfußpunkte des Diagonaldreiecks *QA-DT*. Sie bilden das Miquel-Dreieck *QA-Tr2*.

### **QL-P2 Morley Point**

Das Morley-Dreieck aus den drei *QL-P2*-Punkten entartet trivial in *QA-P2* (s. *QA-P2*).

### **QL-P3 Hervey Point**

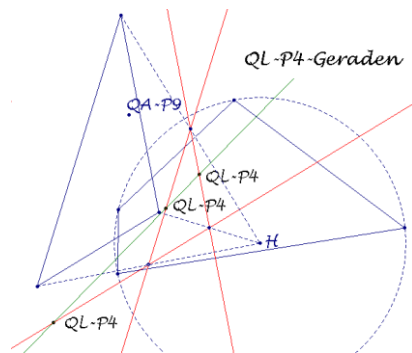
Die Ortslinien der drei *QL-P3*-Punkte sind Geraden, deren Dreieck aus dem Diagonaldreieck *QA-DT* durch Streckung von *H* mit dem Faktor  $1/2$  entsteht (s. *QL-P4*, *-P5*).



### **QL-P4 Miquel Circumcenter**

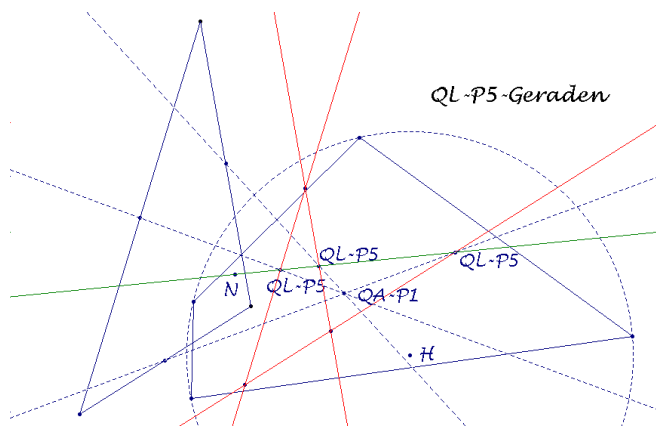
Die drei *QL-P4*-Punkte eines Kreisvierecks liegen kollinear auf der Mittelsenkrechten von *H, QA-P9*.

Ihre Ortslinien sind Geraden, deren Dreieck aus dem Diagonaldreieck  $QA-DT$  durch Streckung von  $H$  mit dem Faktor  $1/2$  entsteht (s.  $QL-P3, -P5$ ).



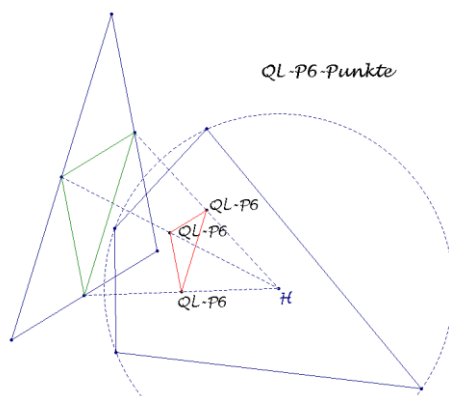
### QL-P5 Kantor-Hervey Point

Die drei  $QL-P5$ -Punkte eines Kreisvierecks liegen kollinear mit  $N$ ,  
 einzeln kollinear mit  $QA-P1$  und einer  $QA-DT$ -Ecke.  
 Die  $QL-P4$ -Ortslinien sind Geraden, deren Dreieck aus dem Diagonaldreieck  $QA-DT$  durch Streckung von  $H$  mit dem Faktor  $1/2$  entsteht (s.  $QL-P3, -P4$ ).



### QL-P6 Dimidium Point

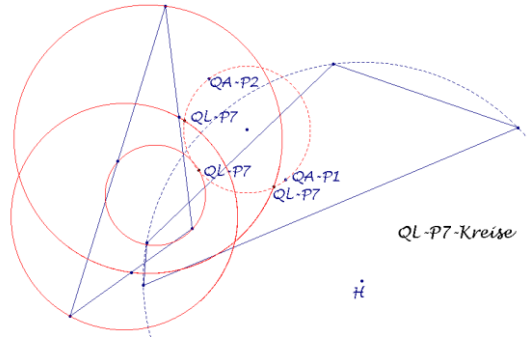
Die  $QL-P6$ -Punkte eines Kreisvierecks sind die Mitten von  $H$  und den Ecken des  $QA-DT$ -Mittendreiecks (s.  $QL-P3, -P4, -P5$ ).



### QL-P7 Newton-Steiner Point

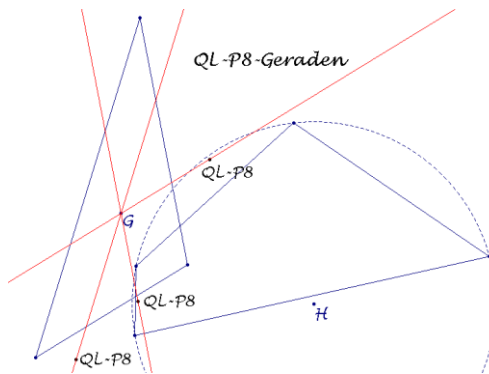
Die  $QL-P7$ -Punkte eines Kreisvierecks liegen auf dem Thales-Kreis über  $QA-P1, QA-P2$ .

Die  $QL-P7$ -Ortslinien sind Thales-Kreise über einer  $QA-DT$ -Ecke und der Mitte der  $QA-DT$ -Gegenseite.



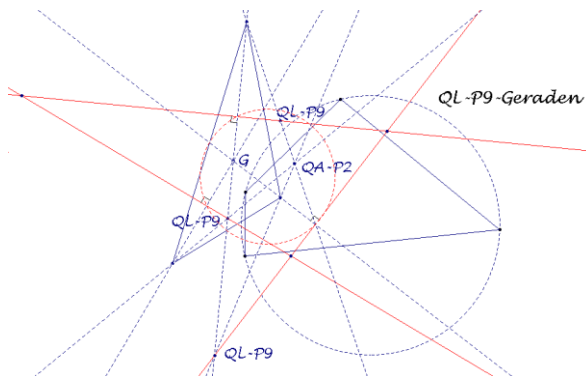
### QL-P8 Centroid $QL-DT$

Die Ortslinien der  $QL-P8$ -Punkte eines Kreisvierecks sind Geraden durch  $G$  parallel zu den  $QA-DT$ -Seiten.



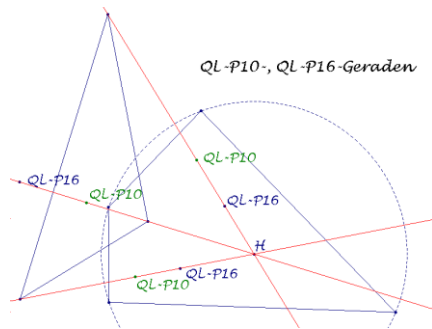
### QL-P9 Circumcenter $QL-DT$

Die  $QL-P9$ -Punkte eines Kreisvierecks liegen auf den Verbindungsgeraden von  $QA-P2$  und den  $QA-DT$ -Ecken.  
Die Ortslinien der  $QL-P9$ -Punkte sind Senkrechte zu den  $QA-DT$ -Seitenhalbierenden in den zweiten Schnitten mit dem  $QA-DT$ -Neun-Punkte-Kreis  $QA-Ci2$ .



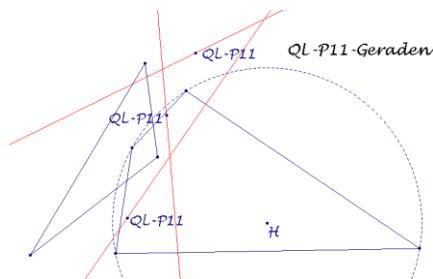
### QL-P10 Orthocenter *QL-DT*

Die Ortslinien der *QL-P10*-Punkte sind die *QA-DT*-Höhengeraden.



### QL-P11 Nine-Point Center *QL-DT*

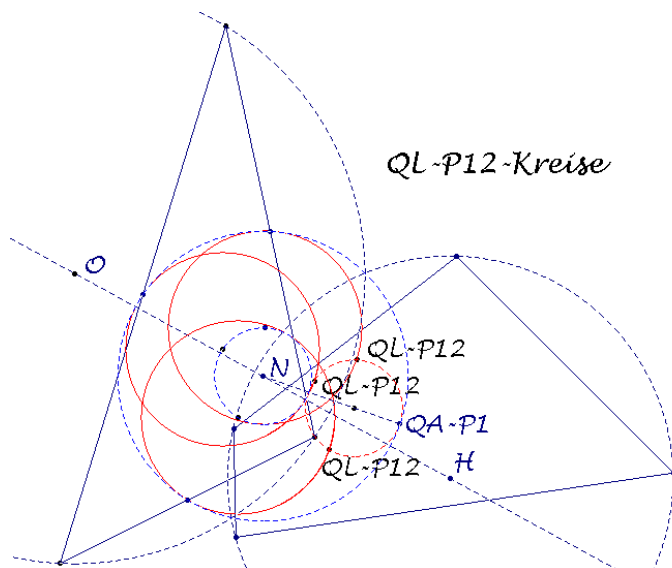
Die Ortslinien der *QL-P11*-Punkte eines Kreisvierecks sind Geraden.



### QL-P12 *QL*-Centroid or Lateral Centroid

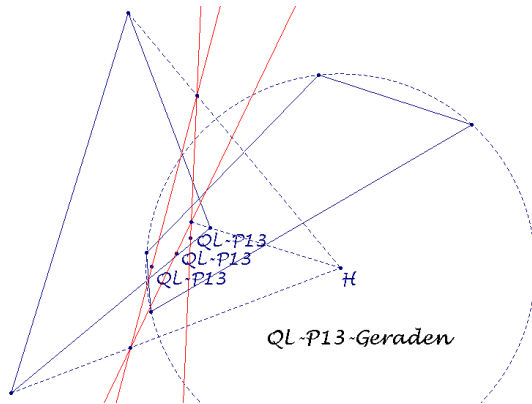
Die *QL-P12*-Punkte eines Kreisvierecks liegen konzyklisch mit *QA-P1*, die Mitte des Kreises teilt *N.QA-P1* im Verhältnis 2:1.

Die Ortslinien der *QL-P12*-Punkte sind Kreise gleichen Radius ( $1/3$  *QA-DT*-Umkreisradius); die Kreismitten teilen die Strecken von *N* zu den Seitenmitten im Verhältnis 1:2



### QL-P13 *QL*-Harmonic Center

Die Ortslinien der *QL-P13*-Punkte eines Kreisvierecks sind Geraden, deren Dreieck *QA-DT*-perspektiv bzgl. *H* liegt.



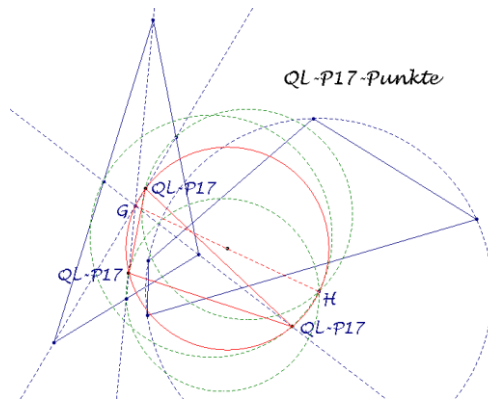
### QL-P16 *QL*-Quasi Circumcenter

Die Ortslinien der *QL-P10*-Punkte sind die *QA-DT*-Höhengeraden (s. *QL-P10*).

### QL-P17 *QL*-Adjunct Quasi Circumcenter

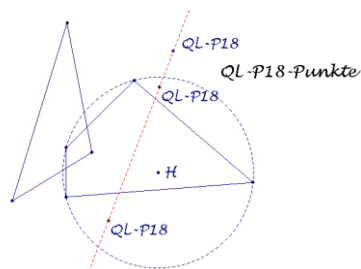
Die *QL-P17*-Punkte eines Kreisvierecks liegen in den zweiten Schnitten der *QA-DT*-Seitenhalbierenden mit den Thales-Kreisen über den Seitenmitten und *H*.

Die *QL-P17*-Punkte liegen konzyklisch mit *H* und *G* auf dem Thales-Kreis über diesen Punkten.



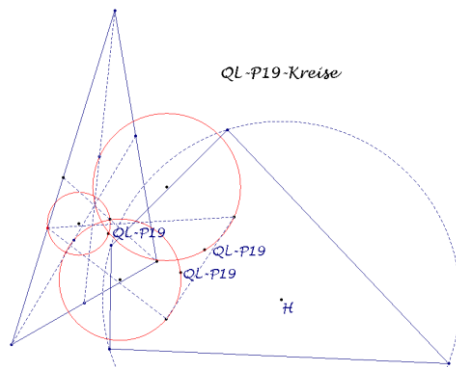
### QL-P18 Reflection of *QL-P8* in *QL-P2*

Die *QL-P18*-Punkte liegen allgemein kollinear. Ihre Ortslinien sind Kurven höherer Ordnung.

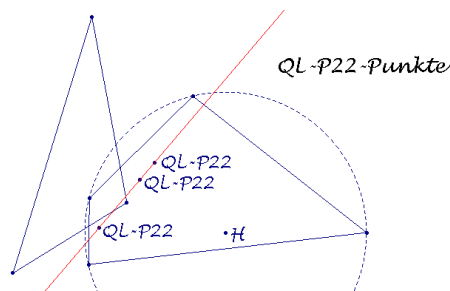


### QL-P19 Midpoint of $QL-P1$ and $QL-P7$

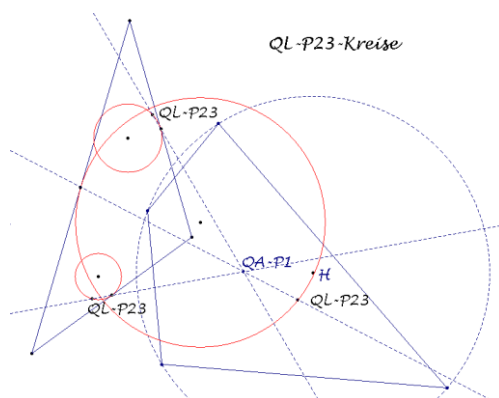
Die Ortlinien der  $QL-P19$ -Punkte eines Kreisvierecks sind die Thales-Kreise über den  $QA-DT$ -Höhenfußpunkten und den Mitten der Seitenhalbierenden.



**QL-P22  $QL$ -Nine-Point Center Homothetic Center**  
Die  $QL-P22$ -Punkte eines Kreisvierecks liegen kollinear.  
Ihre Ortlinien sind Kurven höherer Ordnung.

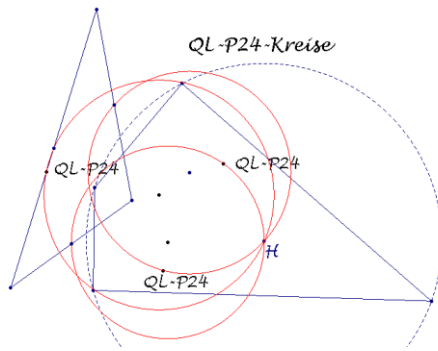


**QL-P23 Center of the Inscribed Midline Hyperbola**  
Die  $QL-P23$ -Punkte eines Kreisvierecks liegen auf den Geraden von  $QA-P1$  zu den  $QA-DT$ -Seitenmitten.  
Die Ortlinien der  $QL-P23$ -Punkte eines Kreisvierecks sind Kreise, die die  $QA-DT$ -Seiten innen mittig berühren.



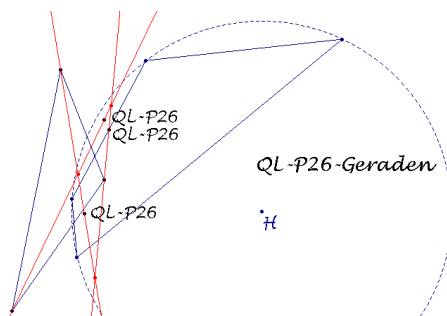
**QL-P24 Intersection  $QL-P1, QL-P8 \wedge QL-P13, QL-P17$**

Die Ortlinien der  $QL-P24$ -Punkte von Kreisvierecken sind die Thales-Kreise über den Strecken von  $H$  zu den  $QA-DT$ -Seitenmitten.



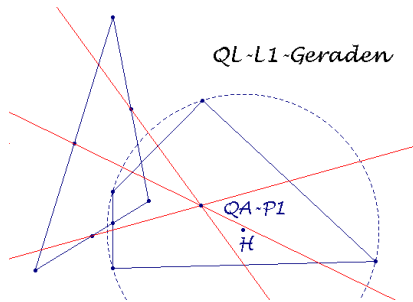
### QL-P26 Least Squares Point

Die Ortlinien der *QL-P26*-Punkte eines Kreisvierecks sind Geraden; das zugehörige Teildreieit ist das *QA-DT*-Anti-Ceva-Dreieck von *H*.



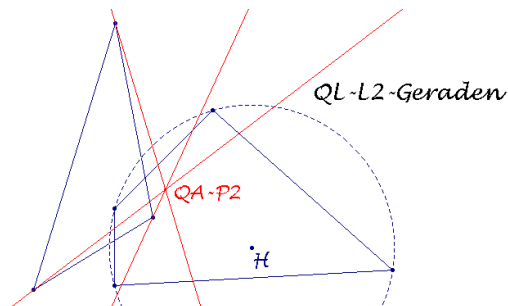
### QL-L1 The Newton Line

Die drei *QL-L1*-Geraden eines Kreisvierecks sind die Verbindungsgeraden von *QA-P1* zu den *QA-DT*-Seitenmitten.



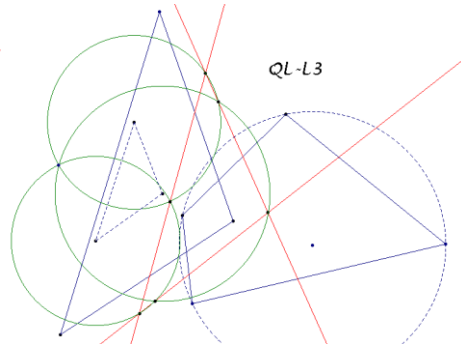
### QL-L2 Steiner Line

Die *QL-L2*-Geraden eines Kreisvierecks sind die Verbindungsgeraden von *QA-P2* zu den *QA-DT*-Ecken.



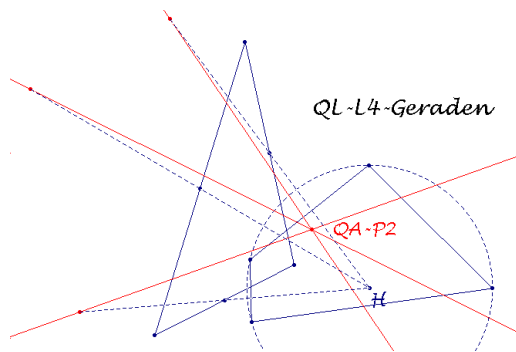
### QL-L3 Pedal Line

Die drei *QL-L3*-Geraden eines Kreisvierecks bilden ein *QA-DT*-ähnliches Dreieck. Ortslinien der Ecken sind Kreise mit dem gemeinsamen *QA-DT*-Punkt  $X(974)$ ; weitere Kreisschnitte liegen auf den *QL-L3*-Geraden; das Mittendreieck der Kreise ist ebenfalls *QA-DT*-ähnlich.



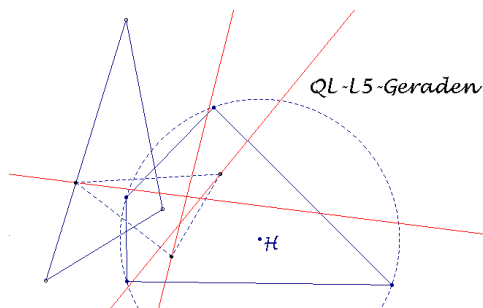
### QL-L4 Morley Line

Die drei *QL-L4*-Geraden eines Kreisvierecks sind die Verbindungsgeraden von *QA-P2* zu den Spiegelungen von  $H$  an den *QA-DT*-Seitenmitten.



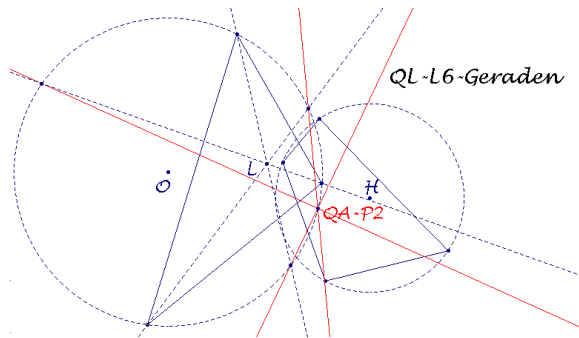
### QL-L5 NSM Line

Die *QL-L5*-Geraden eines Kreisvierecks gehen durch die *QA-DT*-Höhenfußpunkte.



### QL-L6 Quasi Ortholine

Die *QL-L6*-Geraden eines Kreisvierecks sind die Verbindungsgeraden von *QA-P2* zu den Schnitten der Ecktransversalen des *QA-DT*-Lemoine-Punktes  $L$  mit dem *QA-DT*-Umkreis.



## Ortslinien für $QG$ -Punkte der Kreisvierecke

Die Voraussetzungen für  $QG$ -Punkte eines Kreisvierecks entsprechen denen der  $QL$ -Punkte, da ein Kreisviereck als Quadrangle betrachtet wird und damit drei Quadrigon-Komponenten hat. Somit existieren für ein Kreisviereck drei Versionen eines  $QG$ -Punktes. Diese Punkte können in spezieller Lage sein und mit ihren Ortslinien weitere geometrische Zusammenhänge aufzeigen (berücksichtigt bis  $QG-P15$ ). Die Zeichnungen enthalten nur die konvexe Quadrigon-Komponente. Bezugsdreieck ist weiterhin das Diagonaldreieck  $QA-DT$ .

### **QG-P1 Diagonal Crosspoint**

Die  $QG-P1$ -Punkte eines Quadrangle sind die  $QA-DT$ -Ecken.

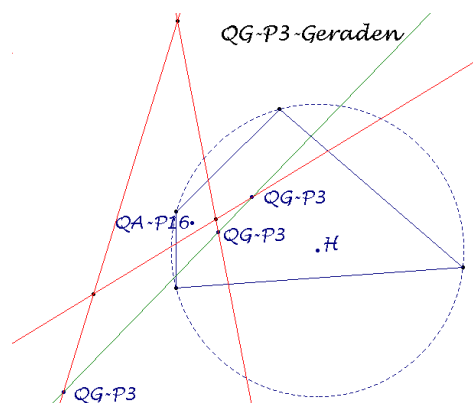
### **QG-P2 Midpoint 3<sup>rd</sup> QA-Diagonal**

Die  $QG-P2$ -Punkte eines Quadrangle bilden das  $QA-DT$ -Mittendreieck.

### **QG-P3 Midpoint 3<sup>rd</sup> QL-Diagonal**

Die  $QG-P3$ -Punkte eines Kreisvierecks liegen kollinear auf der  $QA-DT$ -Tripolaren von  $QA-P16$ .

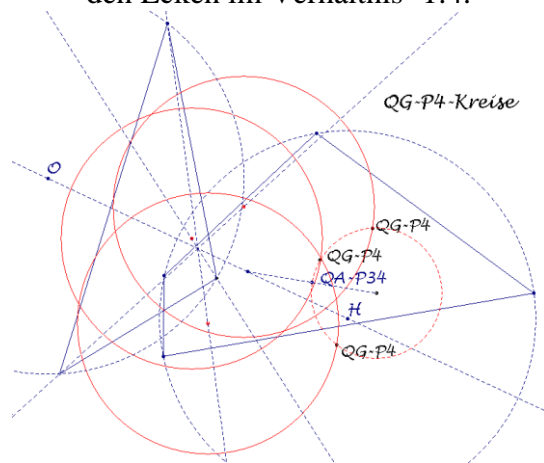
Ihre Ortslinien sind die  $QA-DT$ -Seitengeraden.



### **QG-P4 1<sup>st</sup> QG-Quasi centroid**

Die  $QG-P4$ -Punkte von Kreisvierecken liegen konzyklisch mit  $QA-P34$ ; Mitte des Kreises ist die Spiegelung vom Teilpunkt  $HO$  im Verhältnis 1:2 an  $QA-P34$ ;  
 Radius:  $1/3$   $QA-DT$ -Umkreisradius.

Ihre Ortslinien sind Kreise mit  $\frac{2}{3}$   $QA-DT$ -Umkreisradius;  
 die Mitten der Kreise teilen die Strecken von der Mitte  $HO$  zu  
 den Ecken im Verhältnis  $-1:4$ .

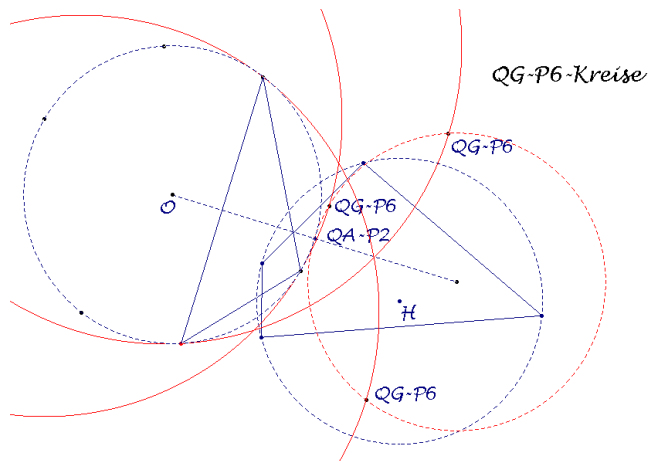


### QG-P5 1<sup>st</sup> QG-Quasi Circumcenter

Die drei  $QG-P5$ -Punkte eines Kreisvierecks fallen in den Punkt  
 $H$ , da das Viereck der Umkreismitten der Teildreiecke in  $H$   
 entartet.

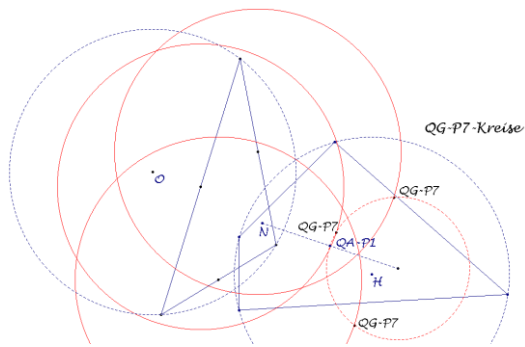
### QG-P6 1st QG-Quasi Orthocenter

$QG-P6$ -Punkte eines Kreisvierecks sind konzyklisch mit  $QA-P2$ ;  
 Mittelpunkt des Kreises ist die Spiegelung von  $O$  an  $QA-P2$ .  
 Ortslinien der  $QG-P6$ -Punkte sind drei Kreise;  
 Radius ist der doppelte  $QA-DT$ -Umkreisradius;  
 Mitten liegen diametral zu den  $QA-DT$ -Ecken auf dem  $QA-DT$ -  
 Umkreis.



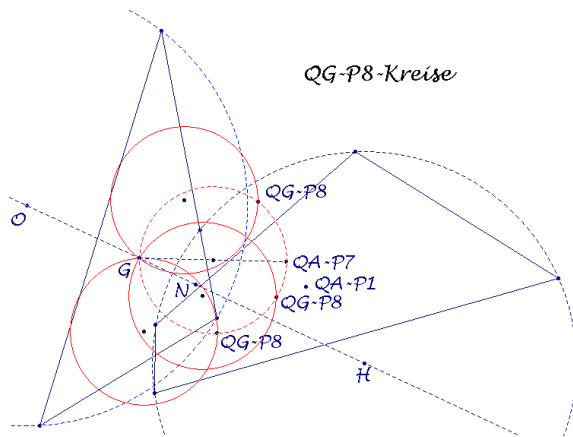
### QG-P7 1st QG-Quasi Nine-Point Center

$QG-P7$ -Punkte von Kreisvierecken sind konzyklisch mit  $QA-P1$ ;  
 der Mittelpunkt des Kreises ist die Spiegelung von  $N$  an  $QA-P1$ .  
 Die zugehörigen Ortslinien sind Kreise um die  $QA-DT$ -  
 Seitenmitten mit dem  $QA-DT$ -Umkreisradius.



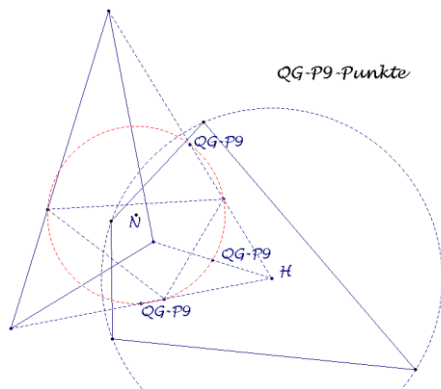
### QG-P8 2<sup>nd</sup> QG-Quasi Centroid

Streckt man das Diagonal-Dreieck  $QA-DT$  von  $QA-P1$  mit dem Faktor  $1/3$ , erhält man das Dreieck der  $QG-P8$ -Punkte eines Kreisvierecks; die  $QG-P8$ -Punkte liegen auf dem Thales-Kreis über  $G, QA-P7$ . Die zugehörigen Ortslinien sind Kreise durch  $G$  mit  $1/3$   $QA-DT$ -Umkreisradius; die Mitteln liegen  $QA-DT$ -streckungsähnlich bzgl.  $N$  zum Faktor  $1/3$ .



### QG-P9 2<sup>nd</sup> QG-Quasi Circumcenter

Die  $QG-P9$ -Punkte von Kreisvierecken sind die Mitteln von  $H$  und den  $QA-DT$ -Ecken, sie liegen auf dem  $QA-DT$ -Neun-Punkte-Kreis  $QA-Ci2$ , hier auch Umkreis des Miquel-Dreiecks  $QA-Tr2$ .



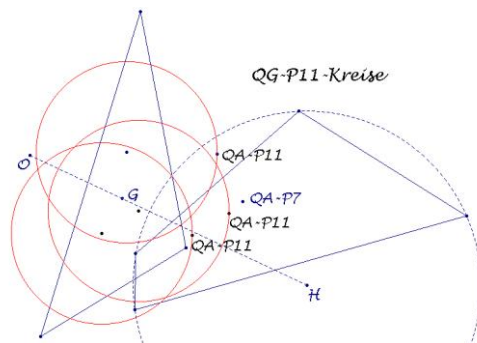
### QG-P10 2<sup>nd</sup> QG-Quasi Orthocenter

Die *QG-P10*-Punkte eines Kreisvierecks fallen im Punkt *QA-P2* zusammen; dessen Ortslinie ist der *QA-DT*-Umkreis *QA-Ci1*.

### QG-P11 2<sup>nd</sup> QG-Quasi Nine-Point Center

Streckt man das Diagonal-Dreieck *QA-DT* von *QA-P7* mit dem Faktor 1/4, erhält man das Dreieck der *QG-P11*-Punkte eines Kreisvierecks.

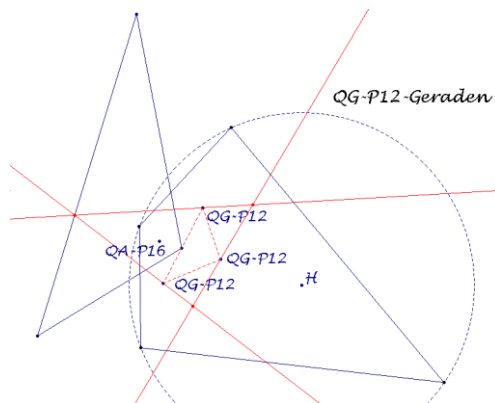
Die Ortslinien der *QG-P11*-Punkte sind Kreise mit 1/3 *QA-DT*-Umkreisradius; das Dreieck der Kreismitten liegt *QA-DT*-streckungsähnlich bzgl. *G* zum Faktor 1/4.



### QG-P12 Inscribed Harmonic Conic Center

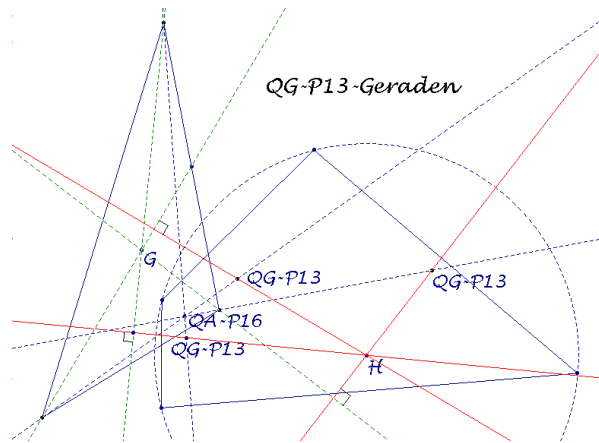
Die *QG-P12*-Punkte von Kreisvierecken sind die Ecken des Anti-Ceva-Dreiecks von *QA-P16*.

Ihre Ortslinien sind die Seitengeraden des *QA-DT*-Höhenfußpunktdreiecks (Miquel-Dreiecks *QA-Tr2*).



### QG-P13 Circumscribed Harmonic Conic Center

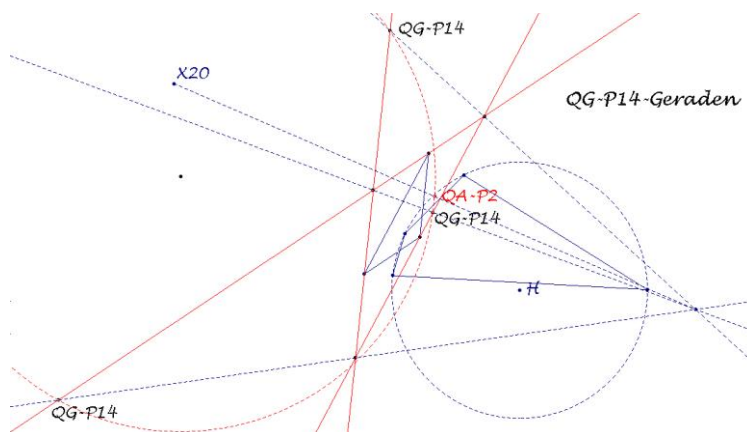
Die *QG-P13*-Punkte liegen *QA-DT*-perspektiv bzgl. *QA-P16*. Ihre Ortslinien sind Geraden durch *H* senkrecht zu den *QA-DT*-Seitenhalbierenden.



### QG-P14 Center of the M3D Hyperbola

Die  $QG-P14$ -Punkte eines Kreisvierecks liegen konzyklisch mit  $QA-P2$  und perspektiv zum  $QA-DT$ -umschriebenen Dreieck bzgl. der Spiegelung des  $QA-DT$ -DeLongchamps-Punktes  $X20$  an  $QA-P2$ .

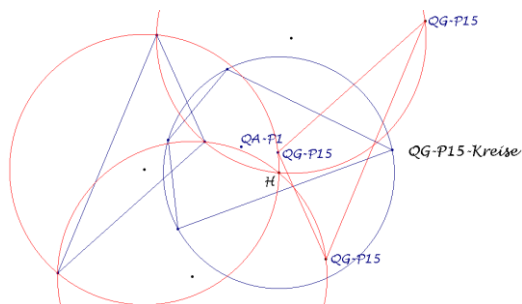
Ihre Ortslinien sind die Seitengeraden des  $QA-DT$ -umschriebenen Dreiecks.



### QG-P15 Kirikami Center

Die  $QG-P15$ -Punkte sind allgemein die an  $QA-P1$  gespiegelten  $QA-DT$ -Ecken;

Ortslinien der  $QG-P15$ -Punkte eines Kreisvierecks sind Kreise durch  $H$  und zwei  $QA-DT$ -Ecken.



### QG-L1 The 3<sup>rd</sup> Diagonal

Die  $QG-L1$ -Geraden eines Quadrangles sind die Seitengeraden des  $QA-DT$ .

### QG-L2 The Harmonic Line

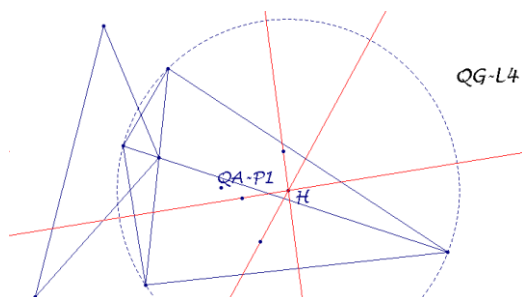
Die *QG-L2*-Geraden eines Kreisvierecks sind die Geraden von *QA-P16* zu den *QA-DT*-Ecken.

### QG-L3 The *QG*-Centroids Line

Die *QG-L3*-Geraden eines Kreisvierecks sind die Geraden von *QA-P1* zu den *QA-DT*-Ecken.

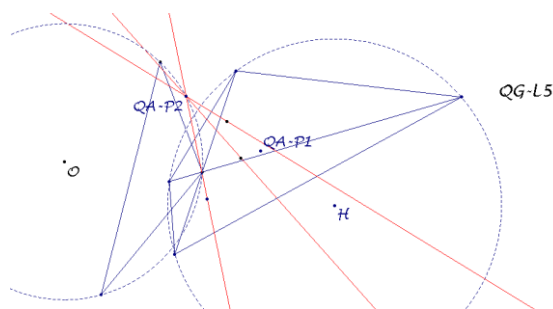
### QG-L4 1<sup>st</sup> *QG*-Quasi Euler Line

Die *QG-L4*-Geraden eines Kreisvierecks sind die Verbindungsgeraden von *H* zu den Teilpunkten von *QA-P1* und *QA-DT*-Ecken im Verhältnis -1:4.



### QG-L5 2<sup>nd</sup> *QG*-Quasi Euler Line

Die *QG-L5*-Geraden eines Kreisvierecks sind die Verbindungsgeraden von *QA-P2* zu den Teilpunkten von *QA-P1* und *QA-DT*-Ecken im Verhältnis 1:2.



Abschließende Anmerkung: Diese Ausarbeitung ist ein erster Versuch, die Geometrie der *EQF*-Punkte für Kreisvierecke aus der Sicht des Diagonaldreiecks anzusprechen und einer weiteren Bearbeitung zu empfehlen.

### Literatur

- [1] Chris van Tienhoven: Encyclopedia of Quadri-Figures. – <http://www.chrisvantienhoven.nl/mathematics/encyclopedia.html>.

Eckart Schmidt - Holstenstraße 42 - D 24223 Raisdorf  
<http://eckartschmidt.de>  
eckart\_schmidt@t-online.de